

# DIMINUAREA INTENSITĂȚII CÂMPULUI FLUORESCENT A DOI QUBIȚI POMPAȚI LASER

Doctor în științe fizico-matematice **Viorel CIORNEA**

Doctorandă **Elena CECOI**

Doctor habilitat în științe fizico-matematice **Mihai A. MACOVEI**

Institutul de Fizică Aplicată

## DECREASING OF THE FLUORESCENT FIELD INTENSITY OF LASER PUMPED TWO QUBITS

**Summary.** The dynamics of the fluorescence intensity generated by a pair of laser-pumped two-level quantum dots was studied. The closely spaced two-level emitters, embedded in a semiconductor substrate, interacts as well with the vibrational phononic thermostat. It has been shown that the phononic thermostat significantly decrease this process, especially at low temperatures. This is due to the fact that the phononic environment opens an emission channel between the symmetrical and antisymmetric bi-qubit states. And at low temperatures, depending on the strength and sign of the dipol-dipol interaction potential, this allows to populate the subradiant state.

**Keywords:** qubit, fluorescence, phononic thermostat.

**Rezumat.** În lucrare este studiată dinamica intensității câmpului electromagnetic fluorescent generat de o pereche de puncte cuantice cu două niveluri, pompate laser. Emițătoarele cu două niveluri amplasate într-un substrat semiconductor interacționează și cu termostatul fononic vibrațional. S-a demonstrat că termostatul mediului fononic diminuează semnificativ procesul dat, în special la temperaturi scăzute. Aceasta se datorează faptului că mediul înconjurător fononic deschide un canal de emisie între stările colective bi-qubit simetrice și antisimetrice. Iar la temperaturi scăzute, în funcție de puterea și semnul potențialului de interacțiune dipol-dipol, acest lucru permite popularea stării subradiante.

**Cuvinte-cheie:** qubit, fluorescență, termostat fononic.

## 1. INTRODUCERE

Sistemele de qubiți cu puncte cuantice sunt studiate intens în ultimii ani atât sub aspect teoretic, cât și experimental. Interesul față de punctele cuantice se datorează și faptului că proprietățile lor pot fi proiectate și construite, iar, într-o anumită măsură, acestea se comportă ca atomi reali. Din aceste motive sistemele de puncte cuantice sunt numite sisteme de atomi artificiali și reprezintă elemente constitutive relevante pentru tehnologiile cuantice.

În anumite sisteme de atomi artificiali pompați laser, mediul fononic poate duce la lărgirea liniilor spectrale sau la apariția unor vârfuri asimetrice în spectrul Mollow [1]. Mai mult, a fost observată și dependența de temperatură a spectrului tripletului Mollow al unui singur punct cuantic [2], și măsura auto-homodinară a unui triplet Mollow dinamic în mediul solid [3]. Trebuie menționate și lucrările anterioare privind controlul dinamicii cuantice în aceste sisteme; vezi spre exemplu lucrările [1, 2, 3]. Or, ansamblurile cu puțini sau mulți qubiți sunt relevante și pentru aplicațiile cuantice prezente sau viitoare. În special, interacțiunea dintre emițătorii artificiali aflați la distanțe mici este dominată de cuplarea dipol-dipol

și de procesele de transfer de energie prin intermediul fononilor [4].

Proprietățile fluorescente ale sistemelor de puncte cuantice aproape identice au fost în mare măsură investigate [5], inclusiv emisia spontană fononică [6]. Fenomenul superradienței fotonice în sisteme de puncte cuantice a fost observată experimental [7], iar dinamica fononilor rapizi în sistemele opto-mecanice, datorită efectelor de cooperare între punctele cuantice cu două niveluri amplasate în strânsă apropiere, a fost raportată teoretic [8].

Astfel, un ansamblu de puncte cuantice se poate cupla reciproc prin interacțiune cu subsistemele fotonice sau fononice, respectiv. Prin urmare, cu ajutorul punctelor cuantice pot fi create și stări inseparabile. În acest context, în [9] a fost relatată obținerea inseparabilității între două puncte cuantice plasate într-o cavități injectată cu vid comprimat.

Dinamica inseparabilității a două puncte cuantice cuplate într-un sistem de cristale fotonice nanofir a fost investigată în [10]. Recent, s-a demonstrat că gradul de inseparabilitate poate fi dirijat pe parcursul evoluției temporale a sistemelor cu puncte cuantice [11]. În mod deosebit, generarea corelațiilor cuantice între qubiți de puncte cuantice, generate prin interme-

diul fononilor, s-a dovedit a fi eficientă într-un anumit interval de temperaturi [12]. În plus, separabilitatea completă prin defazarea fotoindusă a unei perechi de qubiți cu două niveluri a fost prezisă teoretic în [13] și [14].

În lucrarea prezentă vom cerceta intensitatea câmpului electromagnetic fluorescent generat de o pereche de puncte cuantice cu două niveluri, pompate laser, și vom demonstra că termostatul mediului fononic diminuează semnificativ procesul în cauză, în special la temperaturi joase. Aceasta se datorează faptului că mediul înconjurător fononic deschide un canal de emisie între stările colective bi-qubit simetrice și antisimetrice. La temperaturi joase, acest lucru permite popularea stării subradiante în funcție de puterea și semnul potențialului de interacțiune dipol-dipol.

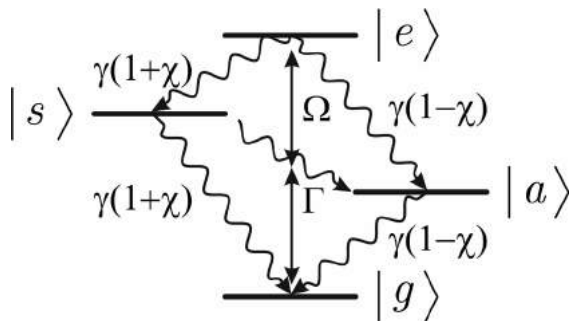
Lucrarea este organizată în felul următor. În secțiunea 2, descriem abordarea analitică și sistemul în conformitate cu [15-19], iar rezultatele obținute și concluziile sunt descrise în secțiunea 3.

## 2. ECUAȚIILE DE MIȘCARE

Considerăm un sistem format dintr-o pereche de puncte cuantice identice cu două niveluri, pompat cu un câmp laser, vectorul de undă al căruia este perpendicular pe linia ce leagă qubiții. Dacă emițătorii cuantici interacționează și cu termostatul fononic vibrațional, atunci hamiltonianul care descrie un asemenea model va avea următoarea formă [16, 17, 18, 19]:

$$H = H_0 + H_i + H_{pn}, \quad (1)$$

$$\text{unde: } H_0 = 2\hbar\Delta R_{ee} + (\Delta + \Omega_{dd})R_{ss} + (\Delta - \Omega_{dd})R_{aa} \quad (2)$$



**Figura 1.** Schema nivelelor energetice colective a doi qubiți. Termostatul fononic induce tranziții între stările  $|s\rangle$  și  $|a\rangle$  cu rata de tranziție  $\Gamma$ . Celelalte notații sunt standard.

reprezintă hamiltonianul liber al sistemului de qubiți,

$$H_i = \sqrt{2}\hbar\Omega(R_{es} + R_{sg} + R_{se} + R_{gs}), \quad (3)$$

caracterizează interacțiunea dintre qubiți și câmpul de pompare, iar

$$H_{pn} = \sum_p \hbar\omega_p b_p^\dagger b_p + \frac{i}{2} \sum_{p1} \lambda_{p1}^{(1)} (2R_{ee} + R_{aa} + R_{ss} +$$

$$+ R_{sa} + R_{as}) (b_{p1}^+ - b_{p1}) + \frac{i}{2} \sum_{p2} \lambda_{p2}^{(2)} (2R_{ee} +$$

$$+ R_{aa} + R_{ss} - R_{sa} - R_{as}) (b_{p2}^+ - b_{p2}) \quad (4)$$

descrie interacțiunea dintre subsistemul de qubiți și termostatul fononic.

În expresiile de mai sus  $\Omega$  reprezintă frecvența Rabi standard ce descrie cuplarea laserului cu qubiții,  $\Delta$  – abaterea frecvenței qubiților cu două niveluri de la frecvența laserului,  $\Omega_{dd}$  reprezintă potențialul de interacțiune dipol-dipol,  $\lambda_{p\xi}^{(\xi)}$ ,  $\xi \in \{1,2\}$ , caracterizează cuplarea qubiților cu termostatul fononic. Operatorii de tranziție ai sistemului bi-qubit se obțin din stările Dicke, și anume,  $R_{\alpha\beta} = |\alpha\rangle\langle\beta|$  unde  $\{\alpha, \beta\} \in \{e, g, s, a\}$  caracterizează stările colective bi-qubit excitată, de bază, simetrică și, respectiv, antisimetrică, definite după cum urmează:

$$|e\rangle = |ee\rangle, \quad |s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|eg\rangle + |ge\rangle),$$

$$|a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|eg\rangle - |ge\rangle), \quad |g\rangle = |gg\rangle. \quad (5)$$

Operatorii colectivi satisfac următoarele relații de comutare  $[R_{\alpha\beta}, R_{\alpha'\beta'}] = \delta_{\beta\beta'} R_{\alpha\alpha'} - \delta_{\alpha\alpha'} R_{\beta\beta'}$ . Operatorii bozonici ai fononilor sunt reprezentați prin  $b_p^+$  (de generare) și  $b_p$  (de anihilare), iar frecvența fononilor este notată cu  $\omega_p$ .

Ecuatia master corespunzătoare ce descrie modelul investigat, în care este inclusă și interacțiunea cu termostatul fononic, în aproximația Born-Markov, are forma [18]:

$$\dot{\rho} + \frac{i}{\hbar} [H, \rho] = -\frac{\gamma}{2} (1 + \chi_r) [R_{es} + R_{sg}, (R_{se} + R_{gs}) \rho] -$$

$$-\frac{\gamma}{2} (1 - \chi_r) [R_{ea} - R_{ag}, (R_{ae} - R_{ga}) \rho]$$

$$- \Gamma (1 + \bar{n}) [R_{sa}, R_{as} \rho] - \Gamma \bar{n} [R_{as}, R_{sa} \rho] + H.c., \quad (6)$$

unde  $\gamma = k^3 d^2 / (6\pi\epsilon\epsilon_0 \hbar)$  reprezintă rata de emisie spontană a unui qubit,  $\chi_r$  reprezintă emisia spontană datorată efectelor colective dintre qubiți, iar  $\Gamma = \pi/4 \sum_{\xi \in \{1,2\}} \sum_{p\xi} (\lambda_{p\xi}^{(\xi)} / \hbar)^2 \delta(\omega_{p\xi} - 2\Omega_d)$  este rata de emisie de pe starea bi-qubit simetrică pe cea antisimetrică indusă de termostatul fononic.

Ecuatiile de mișcare care descriu dinamica cuantică a unei perechi de puncte cuantice cu două niveluri, pompate cu un câmp laser și care interacționează cu rezervorul fononic termic, pot fi obținute cu ușurință din ecuația master (6).

În cazul nostru, ecuațiile de mișcare pentru populațiile celor două stări colective bi-qubit sunt:

$$\begin{aligned}
 \langle \dot{R}_{ee} \rangle &= i\sqrt{2}\Omega(\langle R_{se} \rangle - \langle R_{es} \rangle) - 2\gamma\langle R_{ee} \rangle, \\
 \langle \dot{R}_{ss} \rangle &= i\sqrt{2}\Omega(\langle R_{es} \rangle - \langle R_{se} \rangle + \langle R_{gs} \rangle + \langle R_{sg} \rangle) \\
 &\quad - (\gamma(1 + \chi_r) + 2\Gamma(1 + \bar{n}))\langle R_{sg} \rangle + \gamma(1 + \chi_r) \\
 &\quad \langle R_{ee} \rangle + 2\Gamma\bar{n}\langle R_{aa} \rangle, \\
 \langle \dot{R}_{aa} \rangle &= -(\gamma(1 - \chi_r) + 2\Gamma\bar{n})\langle R_{aa} \rangle + \gamma(1 - \chi_r)\langle R_{ee} \rangle + \\
 &\quad + 2\Gamma(1 + \bar{n})\langle R_{ss} \rangle, \quad (7)
 \end{aligned}$$

$$\text{cu } \langle R_{ee} \rangle + \langle R_{ss} \rangle + \langle R_{aa} \rangle + \langle R_{gg} \rangle = 1.$$

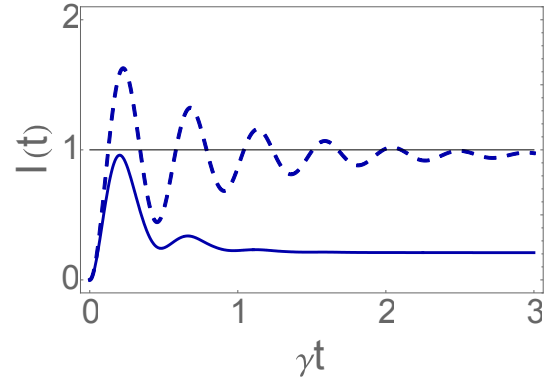
Așa cum sistemul (7) nu este unul închis, vom avea nevoie și de următoarele ecuații de mișcare:

$$\begin{aligned}
 \langle \dot{R}_{es} \rangle &= i(\Delta - \Omega_{dd} + i\gamma(3 + \chi_r)/2 + i\Gamma(1 + \bar{n}))\langle R_{es} \rangle \\
 &\quad + i\sqrt{2}\Omega(\langle R_{ss} \rangle - \langle R_{ee} \rangle - \langle R_{eg} \rangle), \\
 \langle \dot{R}_{sg} \rangle &= i(\Delta + \Omega_{dd} + i\gamma(1 + \chi_r)/2 + i\Gamma(1 + \bar{n}))\langle R_{sg} \rangle - \\
 &\quad + i\sqrt{2}\Omega(\langle R_{eg} \rangle + \langle R_{gg} \rangle - \langle R_{ss} \rangle) + \gamma(1 + \chi_r)\langle R_{es} \rangle, \\
 \langle \dot{R}_{eg} \rangle &= (2i\Delta - \gamma)\langle R_{eg} \rangle + i\sqrt{2}\Omega(\langle R_{sg} \rangle - \langle R_{es} \rangle) \quad (8)
 \end{aligned}$$

Celelalte ecuații se vor obține prin conjugarea hermitică a ultimelor [18].

În cazul absenței pompării externe ( $\Omega = 0$ ), ecuațiile de mișcare (7) se soluționează analitic [18]:

$$\begin{aligned}
 \langle R_{ss}(t) \rangle &= \frac{e^{-\Gamma_+ t}}{\bar{\Omega}} (\sinh(\bar{\Omega}t) (2\bar{n}\Gamma R_{aa}(0) - (\Gamma + \gamma\chi_r) \times \\
 &\quad \times R_{ss}(0)) + \bar{\Omega} R_{ss}(0) \cosh(\bar{\Omega}t)) + \frac{\gamma R_{ee}(0) e^{-\Gamma_+ t}}{\bar{\Omega}(\Gamma_-^2 - \bar{\Omega}^2)} \\
 &\quad (\bar{\Omega} \cosh(\bar{\Omega}t) (\gamma(1 + \chi_r)^2 - 4\bar{n}\Gamma) + \bar{\alpha} \sinh(\bar{\Omega}t)) \\
 &\quad + \frac{\gamma R_{ee}(0) e^{-2\gamma t}}{\Gamma_-^2 - \bar{\Omega}^2} (4\bar{n}\Gamma - \gamma(1 + \chi_r)^2), \\
 \langle R_{aa}(t) \rangle &= \frac{e^{-\Gamma_+ t}}{\bar{\Omega}} (\sinh(\bar{\Omega}t) (2(1 + \bar{n})\Gamma R_{ss}(0) + (\Gamma + \gamma\chi_r) \\
 &\quad R_{aa}(0)) + \bar{\Omega} R_{aa}(0) \cosh(\bar{\Omega}t)) + \frac{\gamma R_{ee}(0) e^{-\Gamma_+ t}}{\bar{\Omega}(\Gamma_-^2 - \bar{\Omega}^2)} \\
 &\quad (\bar{\Omega} \cosh(\bar{\Omega}t) (\gamma(1 - \chi_r)^2 - 4(1 + \bar{n})\Gamma) + \\
 &\quad + \bar{\beta} \sinh(\bar{\Omega}t)) + \frac{\gamma R_{ee}(0) e^{-2\gamma t}}{\Gamma_-^2 - \bar{\Omega}^2} (4(1 + \bar{n})\Gamma - \\
 &\quad - \gamma(1 + \chi_r)^2) \quad (9)
 \end{aligned}$$



**Figura 2.** Dependența de timp a intensității fluorescențe totale. Linia neîntreruptă reprezintă cazul în care  $\Gamma/\gamma=3$ , iar linia întreruptă corespunde cazului când  $\Gamma=0$ . Ceilalți parametri sunt:  $\Delta/\gamma = -\Omega_{dd}/\gamma = 15$ ,  $\chi_r = 0.9$ ,  $\bar{n} = 0.05$ ,  $\Omega/\gamma = 5$ .

$$\langle R_{ee}(t) \rangle = \langle R_{ee}(0) \rangle e^{-2\gamma t},$$

$$\langle R_{gg}(t) \rangle = 1 - \langle R_{ee}(t) \rangle - \langle R_{ss}(t) \rangle - \langle R_{aa}(t) \rangle.$$

În expresiile (9)  $\bar{n} = [\exp(2\hbar\Omega_{dd}/k_B T) - 1]^{-1}$  reprezintă numărul mediu de fononi la temperatura  $T$ ,

$$\begin{aligned}
 \bar{\alpha} &= \Gamma_- \{ \gamma\chi_r(1 + \chi_r) + \Gamma(1 + \chi_r - 2\bar{n}(1 - \chi_r)) \} - \\
 &\quad - (1 + \chi_r)\bar{\Omega}^2, \quad \bar{\Omega} = \sqrt{\Gamma^2(1 + 2\bar{n})^2 + \gamma\chi_r(2\Gamma + \gamma\chi_r)}, \\
 \Gamma_{\pm} &= \Gamma(1 + 2\bar{n}) \pm \gamma, \quad \bar{\beta} = \Gamma_- \{ \gamma\chi_r(\chi_r - 1) - \Gamma(3 + \chi_r + \\
 &\quad + 2\bar{n}(1 + \chi_r)) \} - (1 - \chi_r)\bar{\Omega}^2.
 \end{aligned}$$

În cazul prezenței pompării laser, ecuațiile de mișcare se vor soluționa numeric.

### 3. REZULTATE ȘI CONCLUZII

În ceea ce urmează vom calcula intensitatea câmpului electromagnetic fluorescent generat de perechea de puncte cuantice cu două niveluri [18-22]

$$I = \gamma \{ (1 + \chi_r) \langle R_{ss} \rangle + (1 - \chi_r) \langle R_{aa} \rangle + 2 \langle R_{ee} \rangle \} \quad (10)$$

În cazul absenței pompării, expresia pentru  $I$  poate fi ușor obținută prin introducerea expresiilor (9) în (10).

( Dacă qubiții sunt pompați laser și plasați foarte apropiat, iar contribuția fononilor este esențială, adică  $\gamma/\Gamma < 1$ , atunci expresia pentru intensitatea totală a emisiei fluorescențe, la timpuri mari,  $t > 1/\gamma$  este:

$$I = \gamma \left( 1 - \frac{\chi_r}{1 + 4\bar{n}} \right).$$

Observăm că la temperaturi joase,  $\bar{n} \rightarrow 0$ ,  $I = \gamma(1 - \chi_r)$ , iar la temperaturi înalte  $\bar{n} > 1$ ,  $I = \gamma$ . Așa cum  $\chi_r \rightarrow 1$  pentru distanțe mici între

qubiți, în comparație cu lungimea de undă a fotonului emis, intensitatea de fluorescență totală va tinde spre zero.

Un comportament asemănător se observă și în graficul dependenței intensității fluorescente de timp prezentat în figura 2.

În concluzie, a fost demonstrată posibilitatea diminuării intensității totale fluorescente a unei perechi de qubiți pompați cu lumină coerentă de tip laser. Efectul se datorează termostatului fononic care induce tranziții între stările colective bi-qubit superradiante și subradiante. Astfel, prin reducerea substanțială a fotonilor generați se demonstrează că sistemul cercetat este cu certitudine în stare subradiantă.

## BIBLIOGRAFIE

1. Ulhaq A., Weiler S., Roy C., Ulrich S. M., Jetter M., Hughes S. and Michler P. Detuning-dependent Mollow triplet of a coherently-driven single quantum dot, in: *Opt. Express* 21, 4382-4395 (2013).
2. Wei Y.-J., He Y., He Y.-M., Lu C.-Y., Pan J.-W., Schneider C., Kamp M., Höfling S., McCutcheon D.P.S. and Nazir A. Temperature-dependent Mollow triplet spectra from a single quantum dot: Rabi frequency renormalisation and sideband linewidth insensitivity, in: *Phys. Rev. Lett.* 113, 097401 (2014).
3. Fischer K. A., Müller K., Rundquist A., Sarmiento T., Piggott A.Y., Kelaita Y., Dory C., Lagoudakis K.G., and Vuckovic J. Self-homodyne measurement of a dynamic Mollow triplet in the solid state, in: *Nat. Photonics* 10, 163-166 (2016).
4. Keitel C. H. Narrowing spontaneous emission without intensity reduction, in: *Phys. Rev. Lett.* 83, 1307-1310 (1999).
5. S. G. Kosionis, A. F. Terzis, and E. Paspalakis. Optimal control of a symmetric double quantum-dot nanostructure: analytical results, in: *Phys. Rev. B* 75, 193305 (2007).
6. Mirzac A., Ciornea V., Macovei M. A. Non-classical light scattered by laser-pumped molecules possessing permanent dipoles, in: *Mold J Phys Sci.* 17(1-2), 95-104, 2018.
7. Gerardot B. D., Strauf S., de Dood M. J. A., Bychkov A. M., Badolato A., Hennessy K., Hu E. L., Bouwmeester D., and Petroff P. M. Photon statistics from coupled quantum dots, in: *Phys. Rev. Lett.* 95, 137403 (2005).
8. Sitek A. and Machnikowski P. Collective fluorescence and decoherence of a few nearly identical quantum dots, in: *Phys. Rev. B* 75, 035328 (2007).
9. Brandes T. and Kramer B. Spontaneous emission of phonons by coupled quantum dots, in: *Phys. Rev. Lett.* 83, 3021-3024 (1999).
10. Scheibner M., Schmidt T., Worschech L., Forchel A., Bacher G., Passow T. and Hommel D. Superradiance of quantum dots, in: *Nat. Phys.* 3, 106-110 (2007).
11. Ceban V., Longo P. and Macovei M. A. Fast phonon dynamics of a nanomechanical oscillator due to cooperative effects, in: *Phys. Rev. A* 95, 023806 (2017).
12. Li G.-X., Yang Y.-P., Allaart K. and Lenstra D. Entanglement for excitons in two quantum dots in a cavity injected with squeezed vacuum, in: *Phys. Rev. A* 69, 014301 (2004).
13. Angelatos G. and Hughes S. Entanglement dynamics and Mollow nonuplets between two coupled quantum dots in a nanowire photonic-crystal system, in: *Phys. Rev. A* 91, 051803 (2015).
14. Maslova N. S., Arseyev P. I. and Mantsevich V. N. Quenched dynamics of entangled states in correlated quantum dots, in: *Phys. Rev. A* 96, 042301 (2017).
15. Krzywda J. and Roszak K. Phonon-mediated generation of quantum correlations between quantum dot qubits, in: *Sci. Rep.* 6, 23753 (2016).
16. Roszak K. and Machnikowski P. Complete disentanglement by partial pure dephasing, in: *Phys. Rev. A* 73, 022313 (2006).
17. Machnikowski P., Roszak K. and Sitek A. Collective luminescence and phonon-induced processes in double quantum dots, in: *Acta Phys. Pol. A* 116, 818-825 (2009).
18. Cecoi E., Ciornea V., Isar A. and Macovei M. Entanglement of a laser-driven pair of two-level qubits via its phonon environment, in: *JOSA B* 35, 1127-1132 (2018).
19. Lehmburg R. H. Radiation from an N-atom system. I. General formalism, in: *Phys. Rev. A* 2, 883-888 (1970).
20. Lehmburg R. H. Radiation from an N-atom system. II. Spontaneous emission from a pair of atoms, in: *Phys. Rev. A* 2, 889-896 (1970).
21. Ficek Z. and Tanas R. Entangled states and collective nonclassical effects in two-atom systems, in: *Phys. Rep.* 372, 369-443 (2002).
22. Kiffner M., Macovei M., Evers J. and Keitel C. H. Vacuum induced processes in multilevel atoms, in: *Prog. Opt.* 55, 85-197 (2010).