

PLEDOARIE PENTRU REÎNNOIREA MATEMATICII LA NIVEL ȘCOLAR

Dr. conf. univ. Marcel TELEUCĂ

Dr. hab. prof.univ. Ilie LUPU

Universitatea de Stat din Tiraspol

PLEADING FOR RENEWAL OF MATHEMATICS AT SCHOOL LEVEL

Analyzing the role of methodology in teaching mathematics and its importance over other acquired skills for the future professor, one must distinguish two possible aspects of it: methodology treated as a high level subject for research and methodology treated as purely technical training for the profession.

Lansarea problemei

Primo. Metodologiei predării matematicii i se atribuie un loc comparabil – în anumite limite – cu cel ocupat de celelalte obiecte studiate de către viitorii profesori. Altfel spus, locul unei discipline cu probleme și metode de cercetare proprii.

Secundo. Pregătirea metodologică comportă caracterul de ucenicie în deprinderea unei meserii. Formarea de acest gen va fi bazată pe transmiterea către studenți a experiențelor și cunoștințelor din partea unor practicieni excelenți, transmitere exprimată printr-un sistem de indicații concrete privind tehnica predării după o programă definitivă. De asemenea, în acest caz, stagiile pot fi tratate ca o pregătire pentru profesie făcută sub conducerea unui profesor foarte bun, similară cu pregătirea pentru profesie a unui meșteșugar din Evul Mediu. Formarea matematică proprie, conform acestei concepții, s-ar dezvolta la nivelul cel mai înalt și ar avea un caracter științific modern, pregătirea pedagogică fiind redusă la aspectele ei practice și tehnice, împinsă la periferia studiilor viitorului profesor de matematică.

Adoptarea unei poziții față de aceste două concepte depinde de răspunsurile la două întrebări (probleme):

(a) Poate fi oare metodologia predării matematicii tratată ca o disciplină de nivel superior?

(b) Cere oare pregătirea profesorului de matematică asemenea studii?

Vom analiza rând pe rând problemele nominalizate.

Situația pregătirii generale

Ne aflăm astăzi într-o criză conceptuală în ceea ce privește pregătirea generală la nivelul secundar. Cunoștințele tratate ca un minim necesar pentru o persoană care ar putea fi numită „cultivată” devin din ce în ce mai extinse, iar rezultatele învățământului nu pot fi satisfăcătoare fără însușirea lor. Reformele provizorii în ce privește un obiect sau altul al învățământului, care nu sunt corelate cu celelalte obiecte, sau fără o concepție de ansamblu, nu sunt decât demersuri de scurtă durată. În tot haosul de tendințe diferite, apare necesitatea unui învățământ care:

1) să fie concentrat asupra unei cunoașteri de bază și structurat în mod sintetic cu ajutorul marilor idei;

2) să aibă ca scop dotarea elevului cu tehnica muncii intelectuale, cu dobândirea abilității de aplicare în practică a cunoștințelor teoretice și cu obișnuința și aptitudinea de a-și completa și a-și reînnoi în mod continuu cunoștințele însușite anterior.

Elaborarea unei noi concepții în ceea ce privește pregătirea generală înseamnă, printre altele, identificarea unui *passé-partout* universal, având legătură directă cu tendința de a deveni știință. Dat fiind rolul deosebit al matematicii în acest proces de integrare, învățământul matematic înseamnă pentru noi toți o mare răspundere. O concepție nouă despre matematica elementară, despre predarea ei, implică o concepție nouă asupra cercetării în acest domeniu care să aibă un caracter obiectiv și științific. Și mai ales, este absolut necesară elaborarea unei concepții novatoare privind metodologia pregătirii elevilor performanți pentru o participare activă în cadrul olimpiadelor, alături de pregătirea unor cadre didactice speciale care să se ocupe în exclusivitate cu acest lucru dificil și special.

La frontiera dintre matematică și predarea ei

Consecințele situației descrise mai sus sunt deja vizibile. Suntem martorii nașterii unui domeniu specific care, departe de a fi net izolat de alte domenii de cercetare, dimpotrivă, cuprinde diferite probleme de matematică, psihologie, filozofie și sociologie. Evident că o asemenea multitudine de probleme cere o cercetare interdisciplinară bazată pe integrarea unor metode diverse. Particularitatea deosebit de specifică la ora actuală a acestor probleme depășește cadrul pedagogiei și se datorează savanților matematicieni care se opun caracterului conservator al învățământului tradițional. Participarea activă a savanților la această mișcare de reînnoire a matematicii la nivel școlar a evidențiat o mulțime de probleme plasate la frontiera dintre pedagogie și matematică. O reacție

pedagogică rezonabilă față de noua situație reclamă înțelegerea noțiunii de „modernizare”, al cărei sens ar trebui să fie precizat exact, cu atât mai mult cu cât este vorba de decizii ce implică o mare responsabilitate socială și educativă pentru cei care le iau.

Obiectivele modernizării se exprimă, grosso modo, în postulatele următoare:

(1) apropierea matematicii predate în școală de matematica contemporană în ceea ce privește conținutul, limbajul și metoda;

(2) organizarea matematicii elementare într-o construcție coerentă;

(3) matematica elementară urmează să devină un instrument larg utilizabil în studiile teoretice și în activitatea practică;

(4) relevarea aspectelor umane, estetice și afective ale studiului și muncii creatoare în matematică (frumusețea construcției, elemente de joc, emoția cercetării, satisfacția descoperirii etc.).

Fiecare dintre aceste postulate deschide un domeniu de cercetare didactică cu totul aparte.

Cel dintâi, de exemplu, cere analiza „morfologică” a matematicii și a metodologiei sale contemporane, analiză dirijată spre problemele pedagogice, deci având drept scop scoaterea în relief a acelor elemente a căror pătrundere în învățământ ar reprezenta condiția sine qua non pentru a apropia matematica elementară de știință.

Această știință nu se reduce la conținut, la noți-

unile de bază sau la structurile fundamentale. Cercetarea „morfologică” a matematicii contemporane, din punctul de vedere al obiectivelor pedagogiei, privește, de exemplu, metoda matematică a construcției conceptelor și definițiilor, tipurile de generalizare matematică, tipurile de operații care intervin cel mai des, genurile de verificare, rolul funcțional al simbolurilor, strategia în rezolvarea problemelor, întinderea și limitările tehnicii algoritmice, limbajul matematic, gradele de precizie etc.

Cercetarea dată urmărește, de asemenea, scoaterea în evidență a sensului intuitiv al structurilor matematice abstracte, legătura lor cu realitatea fizică, modelele lor de diferite feluri, niveluri, aplicații.

Lucrări de acest gen sunt deja întreprinse și rezultatele lor vor trebui să stabilească, să refacă, să corecteze și să perfecționeze, în mod continuu, baza indispensabilă oricărei cercetări în domeniul pedagogiei matematice. Căci, dacă modernizarea constă, în special, în a face ca matematica – zisă școlară – să tindă spre știință, trebuie să avem înaintea de toate o conștiință clară a obiectivului final. Tocmai în funcție de aceste obiective, trebuie să precizăm atât mijloacele eficiente pentru a le atinge, cât și mijloacele de verificare a rezultatelor obținute. Învățământul nu poate fi modernizat prin introducerea în școală a unei sau altei materii – lucru ce poate fi realizat printr-un decret apriori. Este vorba de ceva mult mai dificil, adică, potrivit expresiei prof. H. Freudenthal,



Mihai Potârniche. Trebujeni, Orhei, 2006

„de un învățământ modern al matematicii” și nu „de un învățământ al matematicii moderne”, ceea ce solicită o înțelegere profundă a structurii și stilului matematicii de astăzi.[1]

Stilul dat se relevă și se concretizează cu ajutorul comparațiilor, contrastelor (de exemplu, la cursul de analiză a dezvoltării istorice a noțiunilor), raționamentelor, metodelor, limbajului matematic etc.

Găsim aici un domeniu extrem de interesant pentru o cercetare, din punctul de vedere al învățământului. A deveni conștient de evoluția matematicii pe parcursul secolelor, ca numere și forme, până la matematica structurilor generale a secolului nostru, este de o mare importanță pentru pedagogia matematicii. Nu e vorba de istoria datelor și a faptelor, ci de analiza profundă a procesului istoric, în sensul comentariilor făcute de Bourbaki. Un studiu asemănător, dar îndreptat conștient spre necesitățile teoriei învățământului matematic, aruncă lumină asupra genezei, dezvoltării și perfecționării instrumentelor gândirii matematice, scoțând în relief, în perspectiva istorică, elementele esențiale ale procesului de modernizare. Cursurile universitare de istoria matematicii, concepute astfel, nu și-au găsit încă locul adecvat în programa de studii superioare a viitorilor profesori. Trebuie subliniat că cei care se ocupă de metodologia învățământului matematic la nivel superior ar trebui să participe la o asemenea cercetare.

Aflată la frontiera dintre matematică și pedagogie, aceasta este foarte importantă și dintr-un alt punct de vedere. În procesul învățământului găsim multe aspecte caracteristice strategiei și tehnicii muncii creatoare a unui savant. Potrivit afirmației lui J. Bruner, ”diferența imensă în gradul de abstractizare ne face să uităm analogia calitativă a acestor două procese. Pe deplin conștienți de existența unei asemenea analogii constatăm că o cunoaștere – chiar parțială, chiar simplificată – a strategiei și tehnicii muncii unui matematician, a rolului intuiției și formalismului în muncă etc., este absolut necesară pentru desfășurarea corectă a procesului didactic.”

Analiza respectivă trebuie să fie inițiată și organizată de cel care are nevoie de ea. De o asemenea analiză nu are nevoie un matematician creator, așa cum analiza amănunțită a mișcărilor de înot nu este necesară unui înotător foarte bun, fiind totuși indispensabilă celui care încearcă să predea altora arta natației.

Evident, persoanele care au studiat matematica la nivel superior cunosc anumite aspecte ale efortului creator în matematică. Din nefericire, după ce și-au încheiat propriile studii, ei uită această experiență, când de fapt ar trebui să scoată în evidență

anumite practici și să înregistreze anumite procedee obiectiv valabile.

Matematicienii înșiși, pe lângă propria lor muncă, ne furnizează informații prețioase privind funcționarea metodei și gândirii matematice. Este suficient, de exemplu, să menționăm observațiile lui Poincare, Bouligand, Lebesgue, Hadamard, Klein, Hincin, Polya, Frechet, Freudenthal, Kolmogorov, Bourbaki etc. în articolele sale consacrate învățământului. Nu trebuie să uităm că ceea ce este marginal pentru munca unui matematician de profesie, se găsește adesea chiar în centrul interesului pedagogic, de aceea și aspectele marginale trebuie să fie luate în considerație în cercetarea pedagogică.

A reuni, a compara, a sintetiza, a ordona documentația despre care tocmai am vorbit și a releva în acest sens anumite aspecte pedagogice reprezintă o parte foarte importantă a muncii metodologice.

Experiența noastră dovedește că există multe surse asemănătoare care n-au fost până acum suficient exploatate. Drept exemplu, voi cita studiul comparativ al metamorfozelor succesive ale demonstrației aceleiași teoreme, prezentate în tratate și manuale diferite. Analiza detaliată a acestor metamorfoze relevă o gândire matematică în mișcare, care se purifică cu fiecare pas, eliberându-se de aspectele neesențiale, tinzând spre simplitate și claritate, dar, pe de altă parte, se vede că această transformare nu este ușoară, se observă munca dură a spiritului, dificultatea de a distinge esențialul, ceea ce scoate în evidență condițiile interioare ale muncii intelectuale a elevului, evident făcută la un nivel foarte scăzut, dar totuși mutatis mutandis, procedând în același fel.

Cercetarea concepției matematicii elementare și elaborarea programei

O altă serie de probleme legate de modernizarea învățământului matematic se concentrează atât asupra noțiunii de matematică elementară, cât și asupra metodei de întocmire a programelor.

Experiența istorică ne-a condus la o concepție a matematicii elementare, concepută ca o structură variabilă, în mișcare, ca parte a evoluției științei, tehnicii și relațiilor sociale. Acest punct de vedere, care are drept consecință pietrificarea programelor, nu este încă total admis. I se opun argumente aproape metafizice care se referă la o ordine „naturală”, la o structură apriori a noțiunilor matematice ce-ar trebui să fie păstrată în învățământ.

Concepția matematicii elementare pune noi probleme în fața fiecărei generații care se ocupă de metodologia învățământului matematic. Rezultatul concret al acestei munci este programa școlară. Nu una oarecare, ci o programă deschisă, care poate fi

transformată succesiv, fără a fi necesară o zdruncinare a întregului ansamblu al sistemului de învățământ. Dacă astăzi o asemenea revoluție este inevitabilă, cu toate riscurile posibile suntem obligați să învățăm din acest fapt o extraordinară lecție istorică cu concluzii rezonabile. Se caută, prin urmare, metoda de întocmire a programei recurgând la reconstruire și la evoluția continuă.

Metodologia muncii pentru întocmirea programei de matematică se găsește, din păcate, abia pe primele trepte. Încă nu s-au elaborat criterii obiective privind alegerea conținutului și principiilor întocmirii programei de matematică. Discuția se mai pierde în haosul termenilor al căror sens nu este definit. Se folosesc sintagmele „instructiv”, „util”, „prea abstract”, „prea formal”, „intuitiv”, „modern”, „tradițional”, pentru a apăra sau respinge un punct sau altul al programei, dar foarte des este greu să se dea un sens precis acestor „lozinci” în bătălia care contrapune „reformatorii” „conservatorilor”. Și trebuie să mărturisim că atât unii, cât și ceilalți nu știu să răspundă concret la întrebarea „de ce?”, căci răspunsul la această întrebare cere înainte de toate definirea foarte clară a obiectivelor învățământului, fără a ne opri la simple generalități.

Din fericire, au apărut deja lucrări ce caută să introducă criterii obiective în domeniul respectiv. În ceea ce privește noțiunea de utilitate, trebuie să menționăm, de exemplu, încercările de a preciza concret cunoștințele matematice necesare anumitor profesori în studiul superior al matematicii însăși, precum și în studiul anumitor științe. Totuși, rămâne încă mult de realizat în acest domeniu.

Metoda de a întocmi programe, după ideea prof. H. Freudenthal, de a învăța într-o manieră educativă și modernă, ceea ce este util în situația concretă a fiecărei epoci, este în curs de elaborare.

La frontiera dintre metodologia predării matematicii, psihologie și sociologie

Toate principiile teoretice nu pot să servească decât ca ipoteză de lucru care trebuie supusă testului experienței, al cărei punct central este elevul însuși, văzut, pe de o parte, într-o etapă bine definită a dezvoltării sale mintale, iar pe de altă parte ca o ființă vie în contextul unei anumite situații sociale și al civilizației tehnologice de astăzi. Elevul trebuie considerat în primul rând o ființă, și nu un model abstract. Reliefând acest aspect al problemelor noastre metodologice, trecem de îndată la domeniile psihologiei și sociologiei. Trebuie să mărturisim că nici până în prezent relațiile reciproce dintre metodologia învățământului matematic și aceste discipline nu sunt suficient de dezvoltate. Le adresăm psihologilor și

sociologilor întrebări concrete, evident foarte dificile, și avem nevoie de răspunsuri direct utilizabile în cercetarea noastră. Pe de altă parte, știm că experiențele pedagogice în clasă aduc în permanență puncte noi de vedere, neașteptate adesea pentru psihologul care se mărginește la cercetarea individului făcută într-un laborator sau pentru un sociolog care, sprijinindu-se pe datele statistice, scapă din vedere individul. Dimpotrivă, învățământul școlar relevă într-un mod deosebit de clar aspectele diferite ale interacțiunii gândirii individuale și a celei de grup.

Necesitatea cercetării interdisciplinare în acest domeniu este evidentă. Caracterul urgent al problemei date a fost adesea subliniat în cadrul congreselor consacrate învățământului matematic. Materialele acestor congrese arată, pe de o parte, valoarea deosebită a problemelor psihologice și sociologice ce se referă la modernizarea învățământului matematic. Pe de altă parte, aceste materiale documentare scot, totuși, în evidență dificultățile apărute în colaborarea dintre matematicieni și psihologi.

Elaborarea metodologiei lucrărilor interdisciplinare în acest domeniu este, prin urmare, o chestiune de actualitate. Cercetarea psihologică și sociologică a învățământului modern nu poate fi organizată fără colaborarea conjugată a psihologului și matematicianului. Colaborarea eficientă dintre ei este dificilă, dar indispensabilă.

Toate aceste tentative ar trebui să fie urmărite atent de către cei ce se interesează de pedagogia modernă a matematicii.

Proiect didactic

Rezultatele cercetărilor realizate la frontierele matematică – predare, istoria matematicii – învățământ, matematică – psihologia gândirii matematice, psihologie – învățământ, sociologie – învățământ etc., nu formează decât o bază pentru lucrările metodologice care au drept scop pregătirea proiectelor didactice concrete privind structura unei părți mai mult sau mai puțin dezvoltate a matematicii elementare, propusă pregătirii școlare.

Caracterul deosebit al revoluției actuale în învățământul matematic elementar constă în faptul că multe proiecte asemănătoare sunt schițate și promovate de către profesori universitari. Autorii acestor proiecte le tratează, de altfel, adesea ca „materie primă” matematică, sau ca elemente prefabricate din această materie, pregătite pentru o construcție care mai cere multă muncă matematică amănunțită din punctul de vedere al învățământului. Această dublă muncă matematică este indispensabilă, căci construcția științifică a unui fragment anume al cunoașterii matematice nu poate și nici n-ar trebui să

fie total identificată cu construcția sa pedagogică.

Transformarea acestei „materii prime” într-o structură adaptată la condițiile învățământului constituie sarcina deosebit de importantă a metodologiei actuale a învățământului matematic.

La acest stadiu, munca noastră are caracterul unei activități matematice îndreptată spre scopuri educative și bazată pe concepția contemporană de modernizare. Se pot menționa, cu titlu de exemple, elaborarea unei axiomatice care să formeze osatura cursului școlar, construcția unor definiții deosebit de simple și operative din punctul de vedere al învățământului, o nouă demonstrație având o deosebită valoare educativă pentru dezvoltarea gândirii matematice a elevului, scoaterea în evidență a unor probleme actuale accesibile la un anumit nivel etc.

Analiza matematicii însăși poate să se constituie într-un punct de plecare al unor lucrări pedagogice foarte necesare având, de asemenea, caracter de frontieră. Se are în vedere înregistrarea și compararea analitică a soluțiilor matematice diferite, deja cunoscute, ale aceleiași probleme, pentru a găsi baza științifică optimă din punct de vedere al învățământului. Se consideră deci diferite definițiile dintr-o teoremă etc. și se face o alegere după anumite criterii. Sau, elaborarea acestor criterii și aplicarea lor la cazurile concrete nu poate să se lipsească de dubla viziune matematică și pedagogică. Astfel, munca dată nu poate fi realizată decât de către un matematician-pedagog având o experiență necesară de folosire a metodelor matematice și dispunând, de asemenea, de pregătire suficientă pentru o analiză pedagogică a materialului matematic. Metodologia lucrărilor de acest tip se găsește la începuturi, însă ea se dezvoltă pas cu pas. Evident, rezultatele acestei cercetări sunt încă puțin cunoscute, din cauza caracterului lor parțial și restrâns.

Cercetarea privind procedeul pedagogic în clasă

În centrul acestui domeniu, din care tocmai am menționat cu titlu de exemple anumite probleme care se află la frontierele sale, găsim că subiectul cercetării noastre e procesul concret al învățământului, cu toate aspectele sale privind organizarea în clasă a muncii individuale și în grup, precum și criteriile și metodele de evaluare obiectivă a rezultatelor obținute.

Modernizarea matematicii școlare ne-a pus în față multe probleme deschise și dificile de acest gen, inclusiv cele care existau în învățământul din toate timpurile, ascunse de obiceiurile rigide și normele sacre ale tradiției. Un exemplu elocvent ar fi criteriile și metodele de evaluare a rezultatelor învățământului. Profesorul, dovedindu-se până la mo-

mentul de față total competent în această problemă, își dă seama în noua situație că evaluarea dată este și mai grea decât pretindea. Se întreabă, de exemplu, în ce sens se poate vorbi de „înțelegerea” de către un elev a noțiunilor de mulțime sau axiomatizare, care ar fi criteriile și prin ce mijloace s-ar putea controla gradul acestei înțelegeri. Este limpede că astfel de chestiuni privind învățământul tradițional nu erau decât aparent mai puțin complicate. În acest fel, modernizarea a însăși conținutului matematic a adus viziuni noi pedagogiei sensu stricto și ne-a trezit din liniștea noastră și din buna noastră conștiință pedagogică.

Dar, în afara problemelor care există în învățământul tradițional, modernizarea conținutului și a spiritului matematicii elementare pune probleme noi. Este evident faptul că metodele zise active se bazează pe cercetarea liberă a elevului și trebuie să fie tratate ca un mare progres în pedagogia modernă. Dar, cu cât subiectul de studiu este structurat apriori, cu atât mai puțin se pretează la această cercetare liberă. Învățământul matematicii elementare, organizat pe principii axiomatice, se expune la marele pericol de a îndruma elevii pe o cale prea îngustă, care s-ar baza mai mult pe expunerea profesorului decât pe metodele de cercetare activă făcută de elevii înșiși. Conștienți că, pe de o parte, introducerea elevilor în metoda axiomatică este o condiție indispensabilă a înțelegerii conținutului matematic și, pe de altă parte, că înainte de toate se poate ajunge la această înțelegere prin activitatea de cercetare individuală, trebuie să facem față unui imperativ pedagogic extrem de important, dar și foarte greu.

Un alt exemplu se referă la materialele și mijloacele folosite în clasă. Modernizarea conținutului și spiritului matematicii elementare reclamă, de asemenea, o revizuire completă a acestor mijloace. Este suficient să menționăm „o nouă optică” în tratarea desenului, a modelului spațial, a filmului etc. Se vede mai bine rolul materialelor polivalente, atât de puternic subliniat de către C. Gattegno și P. Z. Dienes. Găsim aici multe probleme deschise, care nici măcar n-au fost abordate.

Toate aceste lucrări nu pot fi făcute decât de matematicianul însuși, care are o pregătire psihologică și pedagogică adecvată. Se încearcă adesea să se izoleze aceste două genuri de competență.

Dar, în ceea ce privește învățământul, ar fi irelevant să vorbim de matematica modernă în comparație cu cea tradițională. A lăsa cercetările metodelor și mijloacelor de predare pe seama pedagogilor puri și a psihologilor, sau a celor care dispun numai de o superficială instruire matematică modernă, ar fi periculos și chiar nociv. Se pot da deja exemple

concrete privind impactul negativ al unor asemenea lucrări.

Dezvoltarea revoluționară a tehnicii pune, de asemenea, în fața cercetării pedagogice a învățământului matematic probleme deosebite. Pedagogia din zilele noastre se găsește într-o situație aproape paradoxală; tehnica oferă mijloace noi audiovizuale, televiziunea, mașini de predat, dar cercetarea pedagogică a utilității, a influenței, a aplicării, a modului de a se servi de aceste mijloace etc., a rămas în urmă. În consecință, nu se exploatează suficient aceste mijloace și, mai mult, se întâmplă să fie folosite prost.

Învățământul matematic programat poate să pună, de exemplu, probleme pedagogice care cer o cercetare deosebită, făcută de specialiști pricepuți. Elaborarea unui program pentru studiul matematicii trebuie să se bazeze înainte de toate pe cunoașterea profundă a structurii matematice în esență, fără de care descompunerea înțelegerii acestei structuri în operații fundamentale ale gândirii nu poate fi corectă. Pe de altă parte, întocmirea programei cere o analiză psihopedagogică a procesului de învățământ într-o situație cu totul nouă, întrucât studiul după o programă pregătită apriori, diferă nu numai de cercetarea liberă, individuală sau de munca în grup, dar și de studiul bazat pe lectura cărților „obișnuite”. Pregătirea serioasă a unei programe privind toate aceste aspecte pur matematice și psihopedagogice merită să fie considerată drept o muncă științifică comparabilă, de exemplu, cu cea a constructorului în tehnică. Verificarea experimentală a utilității și eficacității programei, pe de o parte, generează probleme tehnice, iar pe de altă parte, cere alte metode de cercetare.

O problemă atât de complicată și complexă ar trebui să fie obiectul unei munci continue și sistematice a unor grupuri de specialiști competenți, pentru a se evita pericolul deosebit, evident astăzi, al abuzurilor determinate de publicitatea comercială iresponsabilă care ne oferă „miracolele învățământului programat”. Programele prezentate chiar în manualele moderne sunt, în ciuda aparențelor, opuse adesea atât spiritului matematic, cât și pedagogiei de azi. Pentru metodologia matematicii problema învățământului programat rămâne încă deschisă.

Metodologia învățământului matematic ca disciplină în formare

Schița problematicii pe care tocmai am făcut-o justifică, după părerea mea, teza privind existența unui domeniu al cercetării ce nu poate fi inclus în întregime nici în matematică, dar nici în pedagogie. În legătură cu situația similară în lingvistica modernă, matematicianul și lingvistul rus R. Dobrușin scrie: „Frontierele dintre domeniile cunoașterii apar

în funcție de definițiile formale ale acestor domenii și viceversa, definițiile se schimbă odată cu noile frontiere care apar în mod natural”.

Nașterea disciplinelor „de frontieră” și dezvoltarea cercetărilor interdisciplinare sunt unele dintre aspectele caracteristice ale dinamismului culturii contemporane, în care cele două tentative opuse, cea a specializării și cea a sintezei, zdruncină în permanență clasificarea rigidă a științei.

Metodologia învățământului matematic aparține chiar acestor discipline în devenire, a căror dezvoltare subminează tradiționala clasificare a cercetării. Cerința de a-i asigura locul adecvat în ansamblul studiilor superioare, făcută de către cel care o folosește în primul rând în învățământul matematic, merită să fie luată în considerație în mod serios.

Am putea, desigur, să opunem acestei cerințe realitatea de astăzi, greutățile de a reuni documentația necesară privind lucrările deja efectuate sau în curs de realizare, lipsa de reviste specializate și de profesori competenți etc. Dar este nevoie odată și odată să spargem acest „cerc vicios”.

Trebuie să începem, chiar cu riscul pe care îl prezintă nivelul inițial. Ceea ce împiedică progresul este indiferența sau chiar disprețul față de lucrările de acest gen exprimate de către anumiți oameni de știință care au o mare influență asupra tineretului. Recrutarea tinerilor licențiați în matematică pentru cercetarea obiectivă în metodologia modernă a matematicii n-ar putea să fie efectivă dacă atmosfera în facultăți continuă să rămână cea de azi.

Să nu reducem studiul metodologiei învățământului matematic doar la pregătirea practică pentru meserie!

Dacă teoria matematică și cea pedagogică rămân fără aplicații, fără repercusiuni în învățământ și nu se prezintă decât ca o construcție goală pentru profesor, pregătirea sa pur practică pentru meserie îi impune o atitudine rigidă și conservatoare, independent de concepțiile sale metodologice „tradiționale” sau „moderne”.

Profesorul care nu are o largă formație teoretică matematică și psihologică nu percepe problemele și nu are imaginație pedagogică. El cunoaște o singură cale, o singură programă, un singur mod de a o realiza, el nu are îndoieli, nu-și pune întrebări și nu caută răspunsuri. El nu vrea să-și compare modul său de predare cu modul de predare al altora. Și se poate observa că această lipsă de „imaginație pedagogică” îngreudește, de asemenea, în mod periculos, „imaginația” sa matematică atât de necesară în predare.

Consecințele acestei atitudini sunt vizibile. Suntem martorii unei temeri resimțite de mulți profesori față de tendințele novatoare din învățământul mate-

matic, a unei neliniști de a nu putea să se adapteze la procedeele noi, adesea opuse celor tradiționale. Profesorul, care era sigur de el, se găsește acum descumpănit, fapt ce se exprimă printr-un sentiment de frustrare, foarte periculos din punct de vedere al progresului educațional.

Ar trebui să se tragă cât mai curând posibil concluzii adecvate, căci vedem acest pericol renăscând. Mulți dintre acei care au început deja să predea după programele moderne, nu sunt deloc mai puțin rigizi decât colegii lor „tradiționaliști”. Ceea ce s-a schimbat la ei, este conținutul subiectului și al prezentării sale, dar nu atitudinea, care nu acceptă discuția și analiza obiectivă a altor concepții. Dacă această atitudine ar fi păstrată în continuare, „moderniștii” astăzi ar împiedica progresul pedagogiei matematice de mâine. Avem deja conștiința limpede, dat fiind dinamismul dezvoltării științei și tehnicii, că profesorul de matematică se va găsi mereu în viitor în situații de tranziție care îi vor cere un efort creator continuu. Profesorul trebuie să fie pregătit pentru revizuirea permanentă a concepției matematicii elementare, a programelor, a metodelor și tehnicii pedagogice. El trebuie să părăsească universitatea cu înțelegerea profundă că această lipsă de stabilitate nu este „un rău necesar”, ci, dimpotrivă, o caracteristică esențială a activității umane creatoare, pe care nimeni nu trebuie să o omită în meseria sa – nici profesorul, nici tehnicianul, nici medicul. Pragmatismul, ca principiu al formării profesorilor, nu va conduce niciodată la această atitudine care presupune o concepție deschisă asupra lumii, științei, profesiei și care, sub aspectul învățământului matematic, n-ar putea fi elaborată fără studiul teoretic aprofundat al tuturor acestor domenii, a căror îmbinare creează metodologia modernă a matematicii.

Problema programei de studiu în metodologia învățământului matematic

Experiențele noastre ne permit să propunem atingerea următoarele obiective: programa metodologiei va scoate în evidență problemele pedagogiei generale a matematicii și problemele sale speciale, legate de asemenea și de predarea matematicii pentru elevii supradotați.

Studiul general ar trebui să privească:

1. Analiza și discutarea multilaterală și profundă a problemelor învățământului matematic din punct de vedere al bazelor sale specifice și filozofice, matematice (conținut, structură, metodologia cercetării), logice, psihologice, pedagogice și sociologice.

2. Rolul și obiectivele învățământului matematic în sistemul actual de educație și în perspectiva dezvoltării sale.

3. Analiza programei școlare actuale, perspec-

tiva modificării sale; studiul comparativ al programelor elaborate în celelalte țări și pe scară internațională.

4. Organizarea procesului de învățământ al matematicii și al tehnicilor sale specifice.

5. Metodele de îmbunătățire continuă a muncii profesionale, elementele metodologiei cercetării în domeniul învățământului matematic.

La selectarea problemelor, ar trebui să se ia în considerație înainte de toate:

1) problemele deosebit de importante din punct de vedere al realizării obiectivelor învățământului matematic;

2) problemele deosebit de grele privind fie structura matematică a subiectului în cauză și prezentarea sa elementară, fie dificultățile psihologice, fie greutatea în organizarea procesului de învățământ, legate de tema dată;

3) problemele noi, necunoscute în matematica elementară tradițională, care cer o cercetare profundă și foarte perspicace în etapa „reformei în curs”;

4) problemele deosebit de favorabile prezentării sintetice a tendințelor noi și a ilustrării considerațiilor generale, precum și problemele favorabile inițierii studentului în munca metodologică creatoare.

Programa, tratând problemele cele mai importante pe care tocmai le-am schițat, poate să fie realizată sub diferite forme. Experiențele noastre (la Liceul Teoretic „Orizont”) ne permit să evidențiem următoarele forme: munca individuală a unor studenți, bazată pe lectură sau pe cercetare metodologică, fie teoretică, fie experimentală, cursurile, exercițiile, seminariile, stagiile. Ca exemplu de studiere a unei probleme deosebite în cadrul lucrărilor de acest gen pot servi metodele de studiere a unor tematici mai speciale care au dat rezultate benefice, raportate la diverse categorii de vârstă a elevilor. O temă foarte interesantă din combinatorică o alcătuiesc subiectele ce țin de invarianți și jocuri. La clasele mai mici pot fi aplicate metodele de genul jocuri și invarianți de tip paritate, iar pentru clasele mai mari apar metode mai nonconformiste, precum problemele ce solicită elaborarea unor strategii în jocurile la care participă de obicei 2 persoane, utilizând diverși invarianți, semi-invarianți și aplicarea lor în probleme de olimpiadă de diferite nivele. Pe lângă faptul că aceste subiecte sunt foarte răspândite și predarea lor este facilitată de posibilitatea de a exemplifica orice moment al teoriei prin situații practice și cotidiene, mai pot consemna că este destul de ușor să găsești literatura ce ține de aceste domenii. Anume din considerentele respective, în anul 2007 în colaborare cu fostul elev Iurie Boreico, am editat la editura «GIL» din România o carte numită “Invarianți și jocuri”.

care reprezintă în sine o antologie a tipurilor de probleme din aceste subramuri ale matematicii.

Deși am menționat aceste subiecte ca fiind remarcabile pentru anumite categorii de vârstă, am și un exemplu practic de situație în care cunoștințele acumulate au avut un efect negativ, impunându-le elevilor să gândească în direcție greșită. Acest lucru se referă la problema numărul 5 propusă la Olimpiada Internațională de Matematică din anul 2010, care sună în felul următor:

“Se dau 6 cutii B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 și B_6 , în fiecare dintre ele găsim o monedă. Se acceptă următoarele operații: (1) Se alege o cutie care nu este goală B_j cu $1 \leq j \leq 5$. Se scoate o monedă din cutia B_j și se adaugă 2 în cutia B_{j+1} ; (2) Se alege o cutie ce nu este goală B_k cu $1 \leq k \leq 4$. Se scoate o monedă din cutia B_k și se schimbă reciproc conținuturile cutiilor B_{k+1} și B_{k+2} . Să se determine dacă este posibil ca în urma unui număr finit de operații din cele propuse să se obțină că cutiile B_1, B_2, B_3, B_4 și B_5 să fie goale, iar în cutia B_6 să se afle exact 2010^{2010} monede.”

La prima vedere, s-ar putea crede că răspunsul corect este ”nu”, iar rezolvarea se face cu ajutorul invarianților. Această concluzie pripită a derutat majoritatea participanților, inclusiv pe cei din echipa Republicii Moldova, împiedicându-i să pornească pe o cale corectă. De aceea, chiar dacă considerăm în baza unor stereotipuri că problemele asemănătoare se rezolvă cu ajutorul invarianților, totuși acest subiect cere mai multe cunoștințe dintr-un domeniu total diferit – din informatică, și, în mod special, din domeniul algoritmilor. Iată de ce, în asemenea circumstanțe, consider că, deși este binevenit pentru elevii supradotați să cunoască acest gen de probleme și rezolvarea lor, studierea lor n-ar trebui să-i îndepărteze de la alte metode mai rar întâlnite și să-i facă să apeleze la stereotipuri pentru a găsi unele soluții.

Programa concretă a studiului metodologic, precum și realizarea sa, depinde de ansamblul altor studii făcute de către viitorul profesor. Dacă aceste cercetări, care se desfășoară încă în multe universități, nu sunt organizate într-un mod unitar și sintetic, studiul metodologic dat se poate realiza tocmai în cursul studiului elementar unitar cu ajutorul structurilor fundamentale.

În aceste condiții se întâmplă adesea ca studentul să nu conștientizeze sinteza științifică datorată acestor idei decât prin cercetarea metodologică despre care am vorbit. În acest fel, studiul metodologic aduce o contribuție de valoare chiar pentru pregătirea matematică a viitorului profesor.

Pe de altă parte, dacă studiile superioare în matematică, organizate după concepția modernă, se închid într-o lume de idei foarte generale și abstracte, putem

observa un alt fenomen. Studentul însuși, familiarizat cu structurile generale, nu găsește ușor căi de acces la metodele concrete în învățământ. În acest caz, una din contribuțiile extrem de importante ale metodologiei învățământului matematic constă în concretizarea ideilor abstracte, în proiectarea lor în lumea calculelor, a operațiilor, a noțiunilor, a teoremelor mai deosebite, care formează conținutul elementar.

Programa metodologiei învățământului matematic depinde și de alte obiecte ale studiilor superioare. De exemplu, dacă studentul n-a avut posibilitatea să urmeze cursul de istoria matematicii, anumite informații din acest domeniu trebuie să-și găsească locul potrivit în studiul metodologiei. Dacă, dimpotrivă, cursul de istorie a matematicii este consacrat tocmai dezvoltării marilor idei matematice de astăzi și schițării perspectivelor de mâine, metodologia învățământului matematic ar putea să găsească în acest curs una din bazele sale esențiale, simplificând, de asemenea, programa studiilor.

Metodologia predării matematicii, ca obiect al studiilor superioare ale viitorilor profesori, ar trebui, prin urmare, să fie mereu adaptată.

Ceea ce ar trebui să se solicite, este formarea unui profesor conștient de locul cercetării metodologice, având gândirea deschisă pentru problemele de astăzi și de mâine ale învățământului matematic, înarmat cu cunoștințele de bază și cu mijloacele de lucru în acest domeniu, pregătit pentru dezvoltare rapidă, pentru schimbări continue în programe de metode și de tehnici de învățământ. O astfel de atitudine poate să fie formată la facultate, în strânsă legătură cu studiul matematicii, în atmosfera stimulatoare a cercetării științifice, și nu la marginea neglijabilă a acestui studiu. Trebuie ca viitorul profesor să vadă posibilitatea creației intelectuale nu numai în înalta știință pură, dar și în propria-i meserie.

Bibliografie

- 1) Jerome S. Bruner, *The Process of Education*, Harvard University Press 1960, pag. 11-16.
- 2) Shore, Bradd., *Keeping the Conversation Going*. *Ethos*, 1997, 25:1, pag. 7-62.
- 3) Christine Keitel, *HandFreudenthal: Revisiting mathematics education China lecturers Mathematics Education Library*, Volume 9, 1991, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- 4) P. Л. Добрушин, *Математические методы в лингвистике*, *Математическое Просвещение*, 6, 1961, pag. 37-60.
- 5) Boreico I., Teleucă M., *Jocuri si Invarianți*. Editura GIL, România, 2007. 70 pag.
- 6) Teleucă M., Ilie Lupu. *Principalele tendințe diagnostice în instruirea elevilor supradotați la matematică*. *Studia universitatis*. Seria: Științe ale educației. Nr5(25) 2009, pag.139-141.